翠园中学 2014-2015 高一上学期期末考试

数　学　　(2015-02)

（考试时间：120 分钟，满分：150）

参考公式：柱体的体积公式：V=Sh 其中 S 为柱体的底面积，h 为柱体的高

锥体的体积公式：$V=\frac{1}{3}Sh$．其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高．

球的体积公式：$V=\frac{4}{3}\pi R^3$．其中 R 表示球的半径．

一、选择题（共 10 小题，每题 5 分，共 50 分）

1、圆 $(x-2)^2+(y+3)^2=2$ 的圆心和半径分别是（　　）

A．$(-2,3)$，1　　B．$(2,-3)$，3　　C．$(-2,3)$，$\sqrt{2}$　　D．$(2,-3)$，$\sqrt{2}$

2、空间中，两条直线若没有交点，则这两条直线的位置关系是

A．　相交　　B．平行　　C．　异面　　D．平行或异面

3、设集合 $A=\{x\mid \frac{1}{2}<2^x<2\}$，$B=\{x\mid \lg x>0\}$，则 $A\cup B=$（　　）

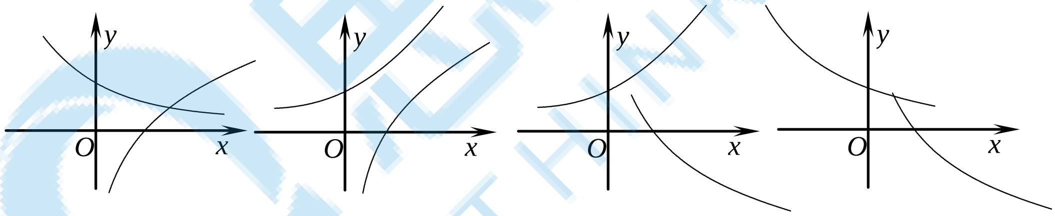
A．$\{x\mid x>-1\}$　　B．$\{x\mid -1<x<1\}$

C．　$\varnothing$　　D．$\{x\mid -1<x<1$ 或 $x>1\}$

4、圆 $O_1:x^2+y^2-2x=0$ 和圆 $O_2:x^2+y^2-4y=0$ 的位置关系是

A．外切　　B．内切　　C．相交　　D．相离

5、在同一坐标系中，函数 y= 2^{-x} 与 y=$\log_2 x$ 的图象是(　　).



A　　B　　C　　D

6、点 B 是点 $A(1,2,3)$ 在坐标平面 yOz 内的射影,则 OB 等于

A．$\sqrt{14}$　　B．$\sqrt{13}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{11}$

7、某几何体的三视图如图 1 所示，它的体积为（　　）

A．72π　　B．48π

C．30π　　D．24π

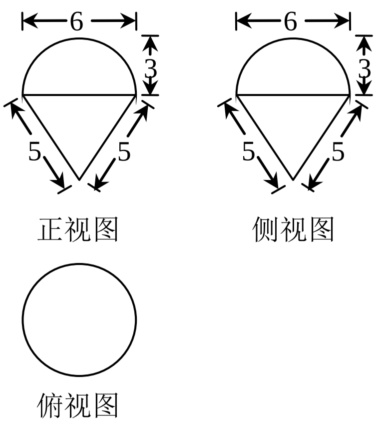
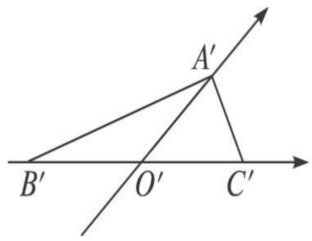


图 1

8、已知水平放置的△ABC 是按“斜二测画法”得到如图所示的直观图，

其中 $B'O'=C'O'=1,A'O'=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,那么原△ABC 是一个（　　）



A.等边三角形　　　　　　　　B.直角三角形

C.三边中有两边相等的等腰三角形　　　D.三边互不相等的三角形

9、关于直线 m,n 与平面 α,β，有以下四个命题：

①若 $m//\alpha,n//\beta$ 且 $\alpha//\beta$，则 $m//n$；②若 $m\perp\alpha,n\perp\beta$ 且 $\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$；

③若 $m\perp\alpha,n//\beta$ 且 $\alpha//\beta$，则 $m\perp n$；④若 $m//\alpha,n\perp\beta$ 且 $\alpha\perp\beta$，则 $m//n$；

其中正确命题的序号是　　　　　　　　（　　）

A．①②　　　B．③④　　　C．①④　　　D．②③

10、已知函数 $f(x)=|\log_4 x|$，正实数 m 、n 满足 $m<n$，且 $f(m)=f(n)$，若 $f(x)$ 在区间 $[m^5,n]$ 上的最大值为5，则 m 、n 的值分别为（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$、2　　　B. $\dfrac{1}{4}$、4　　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$、$\sqrt{2}$　　　D. $\dfrac{1}{2}$、4

二、填空题（共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

11、函数 $f(x)=\lg(x-3)$ 的定义域为________________；

12、一个球的外切正方体的体积是 8，则这个球的表面积是 ______；

13、在平面直角坐标系 xOy 中,圆 C 的方程为 $x^2+y^2-8x+15=0$,若直线 $y=kx-2$ 上至少存在一点,使得以该点为圆心,1 为半径的圆与圆 C 有公共点,则 k 的最大值是____；

14、 若函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，在 $(-\infty,0]$ 上是增函数，且 $f(-2)=0$，则使得 $x[f(x)+f(-x)]<0$ 的 x 的取值范围是_______。

三、解答题：（本大题共 6 小题．共 80 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

15、（本题满分 12 分）已知直线 l_1:$2x-ay+1=0$，直线 l_2:$4x+6y-7=0$。

（1）若 $l_1//l_2$，求 a 的值；

（2）若 l_1与l_2相交，交点纵坐标为正数，求 a 的范围；

16、（本题满分 12 分）设函数 $f(x)=1+\frac{1}{x}$.

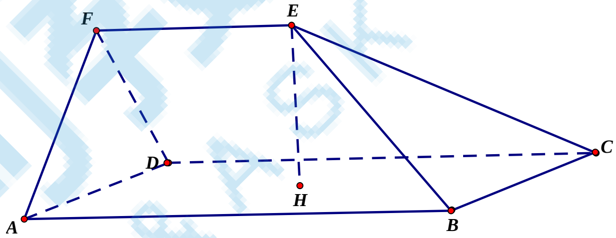
（1）用定义证明函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调性；

（2）求函数 $f(x)$ 在 $x\in[2,6]$ 上的值域.

17、（本题满分 14 分）如图，多面体 $EF-ABCD$ 中，$ABCD$ 是以点 H 为中心的正方形，$EF // AB, EH\perp$ 平面 $ABCD$，$BC=2$, $EF=EH=1$。

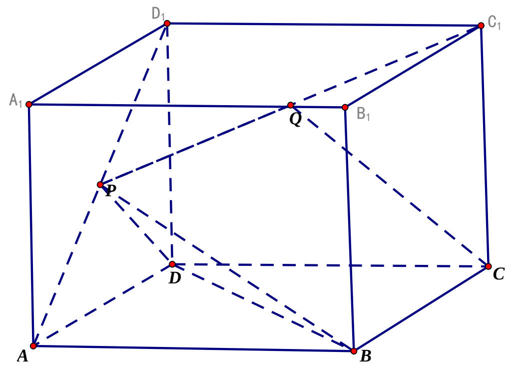
（1）证明：平面 $ADF\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）求多面体 $EF-ABCD$ 的体积。



18、（本题满分 14 分）如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为线段 AD_1 上的中点，Q 为线段 PC_1 上的中点。

（1）求证：$DP\perp$ 平面 ABC_1D_1；（2）求证：$CQ //$ 平面 BDP 。



19、（本题满分 14 分）已知直线 $l:\sqrt{2}ax+by=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 A、B 两点（其中 a,b 为实数），点 $Q(0,\frac{2}{3})$ 是圆内的一定点。

（1）若 $a=\sqrt{2},b=1$，求 ΔAOB 的面积；

（2）若 ΔAOB 为直角三角形（O 为坐标原点），求点 $P(a,b)$ 与点 Q 之间距离最大时的直线 l 方程；

（3）若 ΔAQB 为直角三角形，且 $\angle AQB=90^0$，试求 AB 中点 M 的轨迹方程。

20、（本小题满分 14 分）已知函数 $f(x)=2^{|x-m|}$ 和函数 $g(x)=x|x-m|+2m-8$，其中 m 为参数，且满足 $m\le 5$。

（1）若 $m=2$，写出函数 $g(x)$ 的单调区间（无需证明）；

（2）若方程 $f(x)=2^{|m|}$ 在 $x\in[-2,+\infty)$ 上有唯一解，求实数 m 的取值范围；

（3）若对任意 $x_1\in[4,+\infty)$，存在 $x_2\in(-\infty,4]$，使得 $f(x_2)=g(x_1)$ 成立，求实数 m 的取值范围。

参考答案

一、选择题：

1. D　2. D　3.D　4.C.　5. A.　6.B　7.C　8.A　9.D.　10. B

二、填空题：

11．$(3,+\infty)$　12．4π　13．$\dfrac{4}{3}$　14. $(-2,0)\cup(2,+\infty)$

三、解答题：

15、解（1）因为$l_1 // l_2$，由$A_1B_2-A_2B_1=0$得

$2\times6-(-a)\times4=0$，所以$a=-3$；---------- 6 分

（2）联立方程组$\begin{cases}2x-ay+1=0\\4x+6y-7=0\end{cases}$，解得$y=\dfrac{9}{2a+6}$　$(a\neq-3)$-------- 8 分

由已知得$2a+6>0$，$a>-3$---------- 11 分

即a的范围为$(-3,+\infty)$。---------- 12 分

16. 解：（1）证明：任取$0<x_1<x_2$ ---------- 1 分

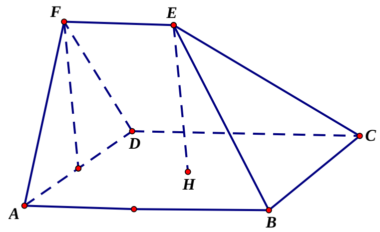
$\because f(x_1)-f(x_2)=1+\dfrac{1}{x_1}-(1+\dfrac{1}{x_2})=\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}$ --------- 4 分

$\because 0<x_1<x_2$　$\therefore x_2-x_1>0, x_1x_2>0$ ---------- 6 分

$\therefore f(x_1)>f(x_2)$　$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数． ------ 8 分

（2）由（1）知$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数，所以在$x\in[2,6]$上也为减函数。----10 分

$f(2)=\dfrac{3}{2}$，$f(6)=\dfrac{7}{6}$，所以函数$f(x)$在$x\in[2,6]$上的值域是$\left[\dfrac{7}{6},\dfrac{3}{2}\right]$ ----------12 分



17、（1）证明：取 AD 中点 G，连 FG,GH，

由已知 $GH \underline{//} \frac{1}{2}AB, EF \underline{//} \frac{1}{2}AB$，---------- 2 分

所以 $GH \underline{//} EF$ ，所以四边形 ABCD 为平行四边形--------- 4 分

所以 $FG // EH$ ---------- 5 分

又 $EH \perp 平面ABCD$ ，所以 $FG \perp 平面ABCD$ ---------- 6 分

又 $FG \subset 平面ADF$ ， 所以平面 $ADF \perp 平面ABCD$ ----7 分；

（1） 过 H 作 $MN // AD$ 分别 交 AB， CD 于 P， Q，

则多面体 $ADF-PQE$ 三棱柱---------- 8 分

由（1）可知 $EF \perp 平面ADF$， 所以三棱柱为直三棱柱，---------9 分

所以 $V_{多面体} = V_{三棱柱} + V_{四棱锥} = \frac{1}{2}\times 2\times 1\times 1 + \frac{1}{3}\times 2\times 1\times 1 = \frac{5}{3}$ 。--------- 14 分

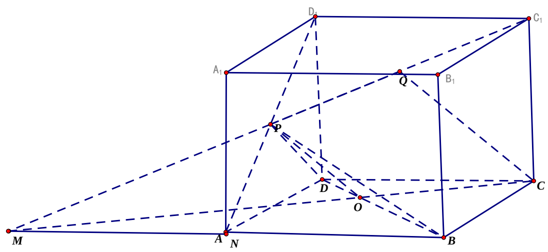
18、证明（1）因为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB \perp 平面AA_1D_1D$，--------2 分

$DP \subset 平面AA_1D_1D$，所以 $DP \perp AB$，-------- 3 分

又 P 为 AD_1 的中点，所以 $DP \perp AD_1$，------- 4 分

$AB \cap AD_1 = A$ ，所以 $DP \perp 平面ABC_1D_1$ ---------- 6 分

（2）法一：延长 C_1P 交 BA 于 M，则 A 为 BM 的中点，



连 MC 交 BD 于 O，连 PO，因为 $\Delta OBM \sim \Delta OBM$，-------- 8 分

$\frac{MO}{OC}=\frac{2}{1}=\frac{MP}{PQ}$，-------- 10 分

所以 $OP // CQ$，-------- 12 分

$CQ \not\subset$ 面BDP，$OP \subset$ 面BDP，所以 $CQ //$ 平面BDP。-------- 14 分

法二：连 BC_1，B_1C 相交于 H，则 $QH // PB$，又 $CH // PD$，$QH \cap CH = H$，

所以平面$QHC //$ 平面PBD，所以 $CQ //$ 平面BDP -------- 14 分

19、解（1）由已知直线方程为 $2x+y=1$，圆心到直线的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{5}}$，-------- 1 分

$|AB|=2\sqrt{1-d^2}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，-------- 2 分

所以 $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}|AB|\bullet d=\frac{2}{5}$；---------- 4 分

（2）因为 ΔAOB 为直角三角形，所以 $|AB|=\sqrt{2}$，-------- 5 分

所以圆心到直线的距离为 $\frac{1}{\sqrt{2a^2+b^2}}=\frac{1}{2}|AB|=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $2a^2+b^2=2$，-------- 6 分

$2-b^2=2a^2\geq 0$，所以 $-\sqrt{2}\leq b\leq\sqrt{2}$，-------- 7 分

$|PQ|=\sqrt{a^2+(b-\frac{2}{3})^2}=\sqrt{\frac{1}{2}b^2-\frac{4}{3}b+\frac{13}{9}}=\sqrt{\frac{1}{2}(b-\frac{4}{3})^2+\frac{5}{9}}$，-------- 8 分

当 $b=-\sqrt{2}$ 时可取最大值，此时 $a=0$，

所以直线 l 方程为 $\sqrt{2}y+1=0$；---------- 9 分

（2）设 $M(x,y)$，连 OB,OM,MQ，则由“垂径定理”知：因为 M 是 AB 的中点，所以

$OM\perp AB$，所以 $|OM|^2+|MB|^2=|OB|^2$ -------- 10 分

又在直角三角形 AQB 中，$|QM|=|AM|=|BM|=\frac{1}{2}|AB|$，-------- 11 分

所以 $|OM|^2+|QM|^2=|OB|^2$，-------- 12 分

即 $x^2+y^2+x^2+(y-\frac{2}{3})^2=1$，-------- 13 分

所以 M 点的轨迹方程为：$x^2+y^2-\frac{2}{3}y-\frac{5}{18}=0$。---------- 14 分

20、 解：（1）$m=2$ 时，$g(x)=\begin{cases}x^2-2x-4(x\geq 2)\\-x^2+2x-4(x<2)\end{cases}$ ----------1 分

函数 $g(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty,1)$，$(2,+\infty)$，单调减区间为（1，2）。 --- 4 分

（2）由 $f(x)=2^{|m|}$ 在 $x\in[-2,+\infty)$ 上有唯一解，

得 $|x-m|=|m|$ 在 $x\in[-2,+\infty)$ 上有唯一解。 ----------5 分

即 $(x-m)^2=m^2$，解得 $x=0$ 或 $x=2m$， ----------6 分

由题意知 $2m=0或2m<-2$，

即 $m<-1或m=0$。

综上，m 的取值范围是 $m<-1或m=0$。 ----------8 分

（3） $f(x)=\begin{cases}2^{x-m}(x\geq m),\\2^{m-x}(x<m).\end{cases}$

则 $g(x)$ 的值域应是 $f(x)$ 的值域的子集。 ----------9 分

①$m\leq 4$时， $f(x)$ 在 $(-\infty,m)$ 上单调递减，$[m,4]$ 上单调递增，

故 $f(x)\geq f(m)=1$。----------10 分

$g(x)$ 在 $[4,+\infty)$ 上单调递增，故 $g(x)\geq g(4)=8-2m$， ----------11 分

所以 $8-2m\geq 1$，即 $m\leq\frac{7}{2}$。 ----------12 分

②当 $4<m\leq 5$ 时， $f(x)$ 在 $(-\infty,4]$ 上单调递减，故 $f(x)\geq f(4)=2^{m-4}$，

$g(x)$ 在 $[4,m]$ 上单调递减，$[m,+\infty)$ 上单调递增，故 $g(x)\geq g(m)=2m-8$

所以 $2^{m-4}\leq 2m-8$，解得 $5\leq m\leq 6$。又 $4<m\leq 5$，所以 $m=5$ ----------13 分

综上，m 的取值范围是 $(-\infty,\frac{7}{2}]\cup\{5\}$ ----------14 分